



KÖLTSÉGVETÉSI
TANÁCS



MAGYAR
KÖZTÁRSASÁG

A Költségvetési Tanács DSGE modelljének rövid leírása

2009. augusztus 18.



Az elemzés szerzői: Baksa Dániel, Benk Szilárd, Jakab M. Zoltán

A szerzők köszönetet mondanak Kucsera Henriknek és Szilágyi Katalinnak az értékes segítségért, az ötletekért és a tanácsokért. Az esetleges hibák kizárólag a szerzőket illetik.

Összefoglaló

A Költségvetési Tanács elemzéseinek alapját egy becsült sztochasztikus, dinamikus, általános egyensúlyi (DSGE) modell adja. A modell kiindulópontja Jakab-Világi (2008) kétszektoros DSGE modellje. Ettől a modelltől három területen térünk el jelentősen.

Az első változás a termelési technológiát és a szektorok viselkedését érinti. Míg Jakab-Világi (2008) modelljében két szektor (export és hazai) van, itt a két szektor termelési technológiájában nem, csak árazási viselkedésében különbözik (az export termék ára külföldi devizában, míg a hazaié forintban ragadós). Továbbá, ellentétben a Jakab-Világi (2008)¹ modellel, ahol a munka és az import együttes változtatásának volt alkalmazkodási költsége, most külön-külön költséges az alkalmazkodás. Ezek az egyszerűsítések megfelelnek Jakab-Kucsera-Szilágyi (2009) modelljében alkalmazott egyszerűsítéseknek.²

A másik lényeges változtatás, hogy ebben a modellben explicit módon jelenik meg a fiskális politika. Jakab-Világi (2008) modelljében csak implicit módon szerepel a költségvetés, úgy, hogy az mindig egyösszegű fejadók beszedésével, transzferekkel megteremti az egyensúlyt. A modellt a fiskális politikával egyszerű módon bővítettük ki.

A kapott, 1-szektoros, költségvetési politikával kibővített modellt az 1995-2008 közötti mintára becsültük meg. Figyelembe kellett vennünk, hogy 2001-ben történt egy rezsimváltás a monetáris politikában, ami általános egyensúlyi modellek esetében, egy teljesen más modellhez vezet. A rezsimváltás problémáját két különálló modell felállításával kezeltük és a bayesi technikával készült becslés során vettük azt Jakab-Kónya (2009)³ módszerével vettük figyelembe. Először az első időszakra becsültük meg a modellt, majd a kapott poszterior átlagokat a második időszak becslésekor priorként használtuk.

A DSGE modellek különösen hasznosak a fiskális hatásmechanizmusok feltárásában. Mivel általános egyensúlyt írnak le, ezért alkalmasak arra, hogy a kormányzati lépések hosszútávú, jóléti következményeit modellezzük. Ez a hagyományos makroökonometria modellekkel nem valósítható meg. Másik előny, hogy mivel vannak előretekintő szereplők, ezért a modell képes a várt és a váratlan események különválasztására. Teljesen máshogy viselkedik a modell, ha a szereplők várnak például egy jövőbeli adóemelést, vagy ha az meglepetésként éri őket. Ez az előnyös tulajdonság azonban hátrányokkal is jár, és ez különösképpen jellemző a fiskális politikai szimulációkra, hiszen a költségvetési lépések egy része várt, míg más része csak bizonytalan, ráadásul a politikai alkufolyamattól is függ. A hátrány, hogy a felhasználónak döntenie kell arról, hogy mit feltételezzen a jövőbeli lépések tartósságáról, hitelességéről. Fiskális politikai szimulációknál pedig ezek a döntések akár az eredmények előjelét is megváltoztathatják.

A modellünk az alábbi tulajdonságokkal rendelkezik: a kiinduló alapmodell egy neoklasszikus (RBC) modell, és ezeket különböző tökéletlenségekkel, súrlódásokkal módosítjuk. Az így kialakuló modell rövidtávon keynesi, míg hosszútávon neoklasszikus tulajdonságokkal bír. Az alábbiak a főbb súrlódások:

¹ Jakab, M. Z. és Világi, B. (2008), „An Estimated DSGE Model of the Hungarian Economy”, MNB Füzetek, 2008/9

² Jakab, M. Z., Kucsera, H. és Szilágyi, K. (2009), „The 1-sector version of the Hungarian DSGE Model”, kézirat

³ Jakab, M. Z. és Kónya, I. (2009), „An open economy DSGE model with search-and-matching frictions: the case of Hungary”, kézirat.

- A fogyasztók nem csak pillanatnyi hasznosságukra figyelnek, hanem szerepet játszik a megszokásuk is. Ez ahhoz vezet, hogy a fogyasztás alakulása az eredeti RBC-modellhez képest kevésbé volatilis, elnyújtottabb lesz.
- A termelésben vannak fix költségek, a termelési tényezők kapacitáskihasználtsága változó. A termelés csak késleltetve tud alkalmazkodni a megváltozott körülményekhez.
- A beruházásokat csak az alkalmazkodási költségek megfizetésével lehet kivitelezni. Ez azt eredményezi, hogy a beruházási döntéseknél figyelembe kell venni azok időzítését, a tőke pillanatnyi és várt árát, a mostani kamatkondíciókat. A tőkére vonatkozó döntéseknél tehát a jövőbeli profitabilitásnak kulcsszerepe lesz.
- Az ár- és bérmeghatározók ún. nominális ragadóságokkal szembesülnek, nem képesek minden időpontban optimális árat és béret meghatározni. Ez azzal jár, hogy létezik Phillips-görbe: az árak merevek, és emiatt minden olyan sokk, amely az árak megváltozásával kellene, hogy járjon, az rövidebb távon mennyiségi reakciókhoz is vezet (pl. bizonyos szereplők „kiárazzák” magukat). Továbbá, az árazóknak, bérezőknek tekintetbe kell venniük a jövőbeli események várható alakulását: a Phillips-görbékben erőteljes szerepe lesz az inflációs várakozásoknak. Az árazási magatartás tehát a neoklasszikus modellel ellentétben előretekintő elemeket is tartalmaz.
- A gazdaságban jelentős indexálási mechanizmusok vannak, azon szereplők, amelyek nem képesek árat változtatni optimálisan, azoknak is lehetőségük van „hüvelykujj-szabályok” alkalmazására, részlegesen képesek érvényesíteni áraikban, béreikben a múltbeli inflációt. Ennek az a következménye, hogy a monetáris politika dezinflációs erőfeszítései reálgazdasági költségekkel járnak még az árragadóságok által megköveteltek felül is: tartósan alacsonyabb inflációs környezet elérése a termelés visszaesésével jár.
- A szereplők az általuk „érezkelt” trendinfláció esetében a múlt eseményeiből tanulnak: az infláció trendje tehát csak fokozatosan éri el a jegybanki célt, a jegybank, legalábbis átmenetileg, hitelességi problémákkal küzd, amennyiben a jövőben egy új célt hirdetne meg.
- A gazdaság kicsi és nyitott: az exportárak, a külföldi importárak és az export iránti kereslet exogén, viszont a külföldi befektetők büntetik az ország túlzott eladósodását: kamatprémiumot követelnek meg.
- A monetáris hatóság inflációs célkövetést működtet: döntéseiben az infláció céltól vett eltérését és az árfolyam alakulását veszi figyelembe.

A fentiek mellett számos súrlódást vezetünk be a fiskális politika lépéseivel kapcsolatban.

- Az első és legfontosabb tökéletlenség, hogy bizonyos szereplőkről azt tételezzük fel, hogy teljes mértékben likviditás-korlátosok, pillanatnyi jövedelmüket teljes mértékben fogyasztásra költik. Ez azt vonja maga után, hogy a fiskális politika bármilyen megváltozásának rövidtávon jelentős reálhatásai lesznek (ezen szereplők hiányában a teljesen racionális és előretekintő szereplők minden fiskális lépésről tudják, hogy az a jövőben adóemeléshez, adómérsékléshez vezet, és ezt a tudásukat már mostani döntéseikben is érvényesítenék, – ricardói fogyasztók lennének – viselkedésük nem változna).
- Három fajta adó van: munkavállalók által fizetett munkát terhelő adó, munkáltatók által fizetett munkát terhelő adó és fogyasztási adó. A tőke adókat nem szerepeltettük

a modellben, mert azok empirikus modellezése meglehetősen bonyolult adatproblémákkal járt volna. Ezek az adók ún. torzító adók: a gazdaság hosszútávú jövedelmezőségét is befolyásolják. Az ÁFA-kulcsok kezelésekor azzal a feltételezéssel éltünk, hogy az ármeghatározók nettó árai a ragadósak, az ÁFA-változtatásokor minden esetben újraáraznak.

- A kormányzatnak két fajta diszkrecionális kiadása van: pénzügyi transfereket nyújt a likviditás korlátos nem-optimalizáló fogyasztóknak, illetve az árupiacon beruházási jószágokat vásárol (amelyeknek a jelen DSGE modellben nincsenek technológiát-fejlesztő hatásai), árukat és szolgáltatásokat vásárol a magánszektortól.
- A deficit finanszírozásának kérdései a modellben meglehetősen leegyszerűsítettek; az előretékintő fogyasztók megléte miatt az államháztartás hiányának finanszírozási szerkezete döntően az adórendszer szerkezetétől függ.

A modell becslési eredményei szerint jelentős árragadóságok vannak a hazai termékek piacán. A nominálbérek és az exportárak ennél jóval rugalmasabbak. A fogyasztói szokások becsült mértéke alacsonyabb a Jakab-Világi (2008) modellben becsülthöz képest. Az inflációs célkitűzés rezsimben az indexálási mechanizmusok erősségét Jakab-Világi (2008) eredményeinél kis mértékben alacsonyabbnak becsültük. Az infláció ragadóságának jó része az „érezelt infláció” lassú tanulásából fakad.

A modell részletes leírása

Az általunk használt modellben 5 szereplőt – háztartások, vállalatok, kormányzat, monetáris politika és külföld - különböztetünk meg. Háztartások és a vállalatok esetében célfüggvények és költségvetési korlátok segítségével adjuk meg az egyes szereplők viselkedési egyenleteit.

Háztartások:

A háztartások esetében feltételezünk egy egyedi hasznossági függvényt:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [(1 + \eta_t^c) \{u(H_t^o(j)) - (1 + \eta_t^l)v(l_t(j))\}],$$

ahol $u(H_t^o(j)) = \left(\frac{c_t^o(j) - hc_{t-1}^o}{1-\sigma}\right)^{1-\sigma}$ jelenti a j -ik háztartás külső fogyasztási szokás mellett figyelembe vett fogyasztási hasznosságát, $v(l_t(j)) = \frac{l_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}$ jelenti az egyes háztartások implicit módon vett szabadidő iránti hasznosságát, ahol $l_t(j)$ mutatja meg, hogy az adott időszakban a j -ik fogyasztó mennyi munkaórát tölt el a vállalati szektorban. Háztartások szubjektív és a gazdaság hosszú távú diszkontényezőjét β paraméter jeleníti meg. Háztartásaink az idő folyamán elvben sokszerűen eltérhetnek a fogyasztási vagy munkavállalási értékelésüktől, ezeket a véletlenszerű és ideiglenes változásokat alkalmazhatjuk az η_t^c a fogyasztás, η_t^l a szabadidő vagy munkavállalás tekintetében. σ paraméter az egyes háztartások fogyasztói hasznosságának intertemporális rugalmasságát, míg a h paraméter a fogyasztási szokások érzékenységét írja le. A háztartások a fenti célfüggvény maximalizálását az alábbi költségvetési korlát mellett tehetik meg:

$$(1 + \tau_t^c)P_t c_t^o(j) + P_t I_t(j) + \frac{B_t(j)}{1+i_t} = B_{t-1}(j) + X_t^w(j) + (1 - \tau_t^l)W_t(j)l_t(j) + P_t r_t^k u_t(j)k_{t-1}(j) - \Psi(u_t(j))P_t k_{t-1}(j) + Div_t - T_t,$$

Ezek szerint az egyes háztartások munkájuk és kialakított bérük ($W_t(j)$) után jövedelemet kapnak, mely után az jövedelemadó (τ_t^l) fizetnek a kormányzat felé. A fennmaradó részből pedig az optimalizálás során maximalizálják a hasznosságukat. Minden időszakban a háztartások kockázatmentes kötvényekben (B_t) megtakarításokat eszközölhetnek, mely a következő időszakban újabb kamatjövedelmet (i_t) jelent. A háztartások kockázatmentes megtakarításai mellett a rendelkezésre álló tőkejösség (k_t) mennyiségét is bővíthetik beruházás formájában ($I_t(j)$), feltéve, hogy adott időszakban nem minden felhalmozott tőkét, hanem annak csak meghatározott hányadát (u_t) bocsátják a vállalatok részére. Korábban felkínált tőke után tőkejövedelmet kapnak (r_t). A megtakarítások mellett döntenek arról, hogy adott időszakban mekkora fogyasztást ($c_t(j)$) engedhetnek meg maguknak, ahol feltételeztünk egy fogyasztási típusú adót (τ_t^c). Feltételezésünk szerint az egyes háztartások birtokolják a gazdaság vállalatait, így amennyiben a vállalatoknak profitja (Div_t) keletkezik, az tovább bővíti a háztartások jövedelmét. Ha a kormányzat pedig deficitet (T_t) halmoz fel, azt teljes mértékben áthárítja a háztartások felé. A fenti egyenletet felírhatjuk nominál vagy reál értelemben is, a kettő közötti eltérés csupán az, hogy nominál értelemben árszínvonallal (P_t) megszoroztuk a reálváltozókat. Feltételezésünk szerint az egyes fogyasztók munkavállalásában és munkajövedelmében ugyan lehetnek eltérések, de ezeket az eltéréseket makroszinten elimináljuk ($X_t^w(j)$).

Egyes időszakok közötti tőkebővítés nem lehet korlátlan, egyrészt a korábban felkínált tőke bizonyos hányada amortizálódik (δ), valamint a beruházás során figyelembe kell venni egy akkumulációs költséget (ϕ_I) is, mely az egyes időszakokban sokszerűen változhat (η_t^I). A tőkefelhalmozást az alábbi egyenlet adja meg:

$$k_t = (1 - \delta)k_{t-1} + \left[1 - \phi_I \left(\frac{(1 + \eta_t^I)I_t}{I_{t-1}} \right) \right] I_t,$$

ahol $\phi_I \left(\frac{(1 + \eta_t^I)I_t}{I_{t-1}} \right)$ egy konvex alkalmazkodási függvényt feltételez, η_t^I pedig az alkalmazkodási függvényben történő sokk.

A háztartások a teljes életpálya hasznosságukat maximalizálják adott időszaki várakozásaik mellett. A dinamikus optimalizálás eredményeképpen adódnak az alábbi egyenletek:

1. Euler-egyenlet:

$$\frac{\lambda_t}{(1 + \tau_t^c)P_t} = \beta(1 + i_t)E_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{(1 + \tau_{t+1}^c)P_{t+1}} \right]$$

, ahol λ_t jelenti a t-ik időszaki fogyasztási határhasznot. Fenti egyenlet megmutatja, hogy az egyes fogyasztó, az egyes időszakok között, hogyan csoportosítsa át a jövedelmét. Amennyiben a következő időszakra vonatkozó kötvények után járó kamatláb mértéke emelkedik, akkor a racionális döntéshozatalból kiindulva a fogyasztói szektor arra lesz ösztönözve, hogy a jelen fogyasztás terhére több kötvényt halmozzon fel, ezáltal növelve majd a későbbi időszakok fogyasztását. A fogyasztó tehát azt mérlegeli, hogy egyik vagy másik időszakban mennyit fogyaszthat. Ez a folyamat addig tart, míg az egyes időszakok között elérhető fogyasztási hasznosságok differenciáljainak hányadosa nem lesz egynél különböző.

2. A beruházások dinamikája:

$$\begin{aligned} \lambda_t Q_t \left[1 - \phi_I \left(\frac{(1 + \eta_t^I) I_t}{I_{t-1}} \right) - \phi_I' \left(\frac{(1 + \eta_t^I) I_t}{I_{t-1}} \right) \frac{(1 + \eta_t^I) I_t}{I_{t-1}} \right] \\ = \lambda_t - \beta E_t \lambda_{t+1} \left[Q_{t+1} \phi_I' \left(\frac{(1 + \eta_{t+1}^I) I_{t+1}}{I_t} \right) \frac{(1 + \eta_{t+1}^I) I_{t+1}^2}{I_t^2} \right] \end{aligned}$$

A fenti egyenlet a beruházások időbeli alakulását mutatja. Feltételezésünk szerint a beruházások dinamikájában magas perzisztencia figyelhető meg, az egyenlet garantálja, hogy az egyes időszakok beruházásainál a háztartás vegye figyelembe az elmúlt időszakok beruházását, valamint a jelenben várt jövőbeli beruházásokat egyaránt.

3. Arbitrage-mentességi feltétel:

$$\lambda_t Q_t = \beta E_t \lambda_{t+1} [Q_{t+1} (1 - \delta) + u_{t+1} r_{t+1}^k - \Psi(u_{t+1}(j))]$$

Az arbitrage-mentességi feltétel implicit módon meghatározza a kockázatos eszközök (tőke) kínálatát. Ennek a portfólió döntésnek – az általános egyensúly elmélet szerint – a megoldásban azt kell eredményeznie, hogy optimumban az egyes szereplők már érdektelenné váljanak abban, hogy további átcsoportosításokat hajtsanak végre kockázatos és kockázatmentes eszközök között. A tőke utáni hozamok alakulásában természetesen szerepet kap az is, hogy időben hogyan alakul a tőke költsége (Q_t).

4. A tőke alkalmazási szintje:

$$r_t^k = \Psi(u_t(j))$$

A tőke alkalmazási szintjének megválasztása attól függ, hogy mekkora az adott időszaki tőke utáni hozam nagysága.

A háztartási szektor adott hányadában ($\bar{\omega}$) helyet kapnak olyan szereplők is, akik nem képesek arra, hogy a jelenbeni várakozásaik alapján teljes életpálya hasznosságukat optimalizálják, kizárólag arra rendezkedtek be, hogy az adott időszaki munkajövedelmüket és a kormányzattól kapott transfereket (TR_t) fogyasztási jóságok (c_t^{no}) vásárlására fordítsák. Így esetükben nem optimalizálásról, hanem egy szabályszerű viselkedésről beszélhetünk csak, melyet az adott időszaki költségvetési korlát jellemez:

$$(1 + \tau_t^c) P_t c_t^{no} = (1 - \tau_t^l) W_t l_t + \frac{TR_t}{1 - \bar{\omega}}$$

Feltételezésünk szerint az egyes háztartásokban egyszerre élnek időben optimalizáló és nem-optimalizáló fogyasztók. Háztartásonként a két típusú fogyasztó közösen dönt a munkakínálatáról, aminél igyekeznek olyan nominálbért meghatározni, mely maximalizálja a súlyozott módon vett hasznosságukat. Természetesen ezen a monopolisztikusan versenyző munkaerőpiacon feltételeztük, hogy a háztartások ismerik a munkájuk iránti munkakeresletet. A munkaerőpiaci tökéletes versenyhez képest a háztartások haszonkulcsot alkalmaznak a munkakínálatukról való döntésben. Ugyanakkor ebben a béralkuban adott időszakban, a háztartásoknak csupán $1 - \gamma_w$ hányada vehet részt. Így a bérmeghatározás mellett a pesszimista jövőkép mellett történik, hogy egyes szereplők nem tudják, hogy mikor kerülhetnek bérmeghatározó pozícióba. Akik az adott időszakban nem rögzíthetik az optimális bérüket, azoknak a szereplőknek a korábbi nominálbérváltozás trendinflációval

korrigált értékével módosítják, indexálják a nominálbérüket. Ennek eredményeképpen a nominálbérek változására az alábbi újkeynes-i Phillips-görbe egyenletét kapjuk eredményül⁴:

$$\widehat{\pi}_t^w = \frac{(1 - \gamma^w)(1 - \beta\gamma^w)}{\gamma^w(1 + \theta^w\varphi)(1 + \beta\vartheta^w)} \left\{ \varphi l_t - w_t + \eta_t^l + \frac{\sigma}{1 - h} (c_t^l - hc_{t-1}^l) + \frac{\tau^c}{1 + \tau^c} \tau_t^c + \frac{\tau^l}{1 + \tau^l} \tau_t^l + \xi_t^w \right\} + \frac{\beta}{1 + \beta\vartheta^w} E_t \widehat{\pi}_{t+1}^w + \frac{\vartheta^w}{1 + \beta\vartheta^w} \widehat{\pi}_{t-1}^w,$$

ahol ϑ^w mutatja meg az indexálás mértékét, θ^w a munkaerőpiaci rugalmasságot, valamint c_t^l a két típusú fogyasztó adott időszaki súlyozott határhaszna. ξ_t^w pedig a nominálbérekért mark-up típusú sokk. A nominálbérek változására felírt újkeynesi Phillips-görbe értelmezésénél ki kell hangsúlyozni, hogy a fenti egyenlet célja a bérinflációs dinamika leírása. A jelenbeni nominálbérek változása már figyelembe veszi azokat a várakozásokat is, melyeket az elkövetkező időszakok munkakínálatról gondolnak.

Vállalati szektor:

A vállalatok esetében több lépcsőt különböztetünk meg. A termelés első fázisában a hazai vállalatok egy homogén közbenső terméket (z_t) állítanak elő, melyhez – alkalmazkodási költségek (ϕ_1 és ϕ_2) mellett – munkaerőt és importot (m_t) használnak fel inputként. A munkaerő után ezek a vállalatok az állam számára adót (τ_t) fizetnek. Az alábbi elsőfokon homogén CES-típusú termelési függvényt tételezzük fel:

$$z_t = (a^{\frac{1}{\varrho_z}} [(1 + \phi_1)^{-1} l_t]^{\frac{\varrho_z - 1}{\varrho_z}} + (1 - a)^{\frac{1}{\varrho_z}} [(1 + \phi_2)^{-1} m_t]^{\frac{\varrho_z - 1}{\varrho_z}})^{\frac{\varrho_z}{\varrho_z - 1}},$$

ahol a mutatja meg a termelésben felhasznált import és munka arányokat, ϱ_z pedig a termelésben szerkezetváltás rugalmasságát. Az alkalmazkodási költségek feltételezése miatt az egyes termelési inputok piacán keresleti oldalról is a piacon tapasztalttól eltérő bér és import költségekkel számolhatunk. A vállalat költségminimalizáló feladata, az alábbi megoldást adja:

1. Effektív munkabér (\overline{w}_t):

$$\overline{w}_t = \frac{(1 + \tau_t^s) w_t}{(1 + \phi_1)^{-1} - l_t (1 + \phi_1)^{-2} \phi_1'}$$

A fenti egyenlet reál értelemben megmutatja a kapcsolatot a piaci reálbér (w_t) és a vállalatok számára releváns bérköltség között.

2. Effektív importár ($\overline{q}_t P_t^{m*}$):

$$\overline{q}_t P_t^{m*} = \frac{q_t P_t^{m*}}{(1 + \phi_2)^{-1} - m_t (1 + \phi_2)^{-2} \phi_2'}$$

mely reál értelemben megmutatja a kapcsolatot az import ár és a vállalatok számára releváns importköltség között, ahol q_t a reálárfolyam, P_t^{m*} pedig a külföldi valutában mért importár.

3. A közbenső termék határköltsége (w_t^z):

$$w_t^z = [a \overline{w}_t^{1 - \varrho_z} + (1 - a) \overline{q}_t P_t^{m* 1 - \varrho_z}]^{\frac{1}{1 - \varrho_z}}$$

⁴ Függelékünkben csak a log-linearizált egyenletet közöljük.

mely reálértelemben megmutatja, hogy mekkora a pótlólagos közbelső termék előállításának a költsége.

4. Munkaerő iránti kereslet:

$$l_t = a \left(\frac{w_t^z}{w_t} \right)^{\varrho_z} z_t \left(1 + \frac{\phi_1}{l} \right)$$

5. Import iránti kereslet:

$$m_t = (1 - a) \left(\frac{w_t^z}{q_t P_t^{m^*}} \right)^{\varrho_z} z_t \left(1 + \frac{\phi_2}{m} \right)$$

A homogén közbelső terméket monopolisztikusan versenyző vállalatok vásárolják fel. Ezek a vállalatok használják fel a háztartások által felhalmozott és adott időszakban felkínált tőkét is. A félkész terméket előállító vállalatok termelését az alábbi CES-típusú függvénnyel jellemezhetjük:

$$y_t(i) = (1 + \eta_t^A) (\alpha^{\frac{1}{\varrho}} \bar{k}_t(i)^{\frac{\varrho-1}{\varrho}} + (1 - \alpha)^{\frac{1}{\varrho}} z_t(i)^{\frac{\varrho-1}{\varrho}})^{\frac{\varrho}{\varrho-1}} - y\bar{f},$$

ahol α jelenti a tőke és közbelső termék felhasználási arányait, ϱ pedig a termelésben szerkezetváltás rugalmasságát, \bar{f} jelenti a fix költséget és y a hosszútávú termelési szint. A vállalatok költségminimalizálásából az alábbi elsőrendű feltételeket kapjuk:

1. Végtermék reál határkölség (mc):

$$mc_t = \frac{(\alpha(r_t^k)^{1-\varrho} + (1 - \alpha)(w_t^z)^{1-\varrho})^{\frac{1}{1-\varrho}}}{1 + \eta_t^A}$$

2. Tőkekeresleti függvény:

$$u_t k_{t-1} = \alpha \left(\frac{mc_t}{r_t^k} \right)^{\varrho} \frac{DP_t y_t + y\bar{f}}{(1 + \eta_t^A)^{1-\varrho}}$$

3. Közbelső termék iránti keresleti függvény:

$$z_t = (1 - \alpha) \left(\frac{mc_t}{w_t^z} \right)^{\varrho} \frac{DP_t y_t + y\bar{f}}{(1 + \eta_t^A)^{1-\varrho}}$$

Ahol DP_t az egyedi vállalati árak árindextől való szóródását jelenti. Ugyanakkor fontos megjegyezni, hogy a modell log-linearizálása során a szórásra konstans értéket kapunk. A monopolisztikus környezetben versenyző vállalatok ugyan képesek arra, hogy egyedi termékeik árát meghatározzák, de adott időszakban csupán $1 - \gamma_d$ hányaduk képes az árrögzítésre, a többi vállalat a korábban meghatározott árat indexálhatja a korábbi árváltozás trendinflációval korrigált értékével. A profit-maximalizálást - az ár nem-meghatározás pesszimista várakozása mellett - megoldva kapjuk meg a hazai árak ciklikus változásra ($\widehat{\pi}_t$), inflációjára felírt újkeynes-i Phillips-görcbét⁵:

$$\widehat{\pi}_t = \frac{(1 - \gamma^d)(1 - \beta\gamma^d)}{\gamma^d(1 + \beta\gamma^d)} \{mc_t + \xi_t^d\} + \frac{\beta}{1 + \beta\gamma^d} E_t \widehat{\pi}_{t+1} + \frac{\gamma^d}{1 + \beta\gamma^d} \widehat{\pi}_{t-1},$$

⁵ Függelékünkben csak a log-linearizált egyenletet közöljük.

ahol ϑ^d mutatja meg az indexálás mértékét, ξ_t^d pedig a hazai árakat ért mark-up típusú sokk. A fenti egyenlet célja a hazai árváltozás dinamikájának leírása. Az árak változása nem csupán az adott időszak reálhatárkölségektől függ, hanem függ attól is, hogy a jövőre nézve, milyen várakozásokat alakítottak ki.

A modellünkben ugyan egy vállalati szektor tevékenykedik, de feltételezzük, hogy a gazdaság késztermékeit exportálhatjuk külföld felé. Ebben az esetben az exportáló vállalatok az árupiacról szerzik be az exportálandó termékeiket. Ezek a vállalatok a hazai vállalatokhoz hasonlóan szintén monopolisztikusan versengőek, de csupán csak $1 - \gamma_x$ hányaduk képes arra, hogy árat rögzítsenek, a többi vállalat a korábbi árat indexálhatja a korábbi árváltozással. A profit-maximalizálás során kapjuk az exportárak változására ($\widehat{\pi}_t^{x*}$) felírt újkeynes-i Phillips-görbét⁶:

$$\widehat{\pi}_t^{x*} = \frac{(1 - \gamma^x)(1 - \beta\gamma^x)}{\gamma^x(1 + \beta\vartheta^x)} \{-P_t^{x*} - q_t + \xi_t^x\} + \frac{\beta}{1 + \beta\vartheta^x} E_t \widehat{\pi}_{t+1}^{x*} + \frac{\vartheta^x}{1 + \beta\vartheta^x} \widehat{\pi}_{t-1}^{x*},$$

ahol ϑ^x mutatja meg az indexálás mértékét, ξ_t^x pedig az exportárakat ért mark-up típusú sokk, P_t^{x*} az export külföldi valutában mért ára.

Az árváltozások illetve inflációk kapcsán feltételeztünk egy sajátos adaptív tanulási folyamatot. Ezek szerint a trend-inflációt a gazdaság szereplői fokozatosan alakítják, „tanulják” az előző időszaki trend-infláció és az adott időszaki tényleges infláció függvényében:

$$(1 + \overline{\pi}_t) = (1 + \overline{\pi}_{t-1})^{\rho_\pi} \left(\frac{1 + \pi_t}{1 + \overline{\pi}_t} \right)^g,$$

ahol ρ_π a korábbi trendinfláció perzisztencia paramétere, g a tanulási sebesség paramétere. Az újkeynesi-Phillips görbét a tényleges infláció trendtől való eltéréseként definiáltuk:

$$1 + \widehat{\pi}_t = \frac{1 + \pi_t}{1 + \overline{\pi}_t}$$

Korábbi levezetéseinkben feltételeztük, hogy a fogyasztási típusú adó mértéke és változása irreleváns az egyes vállalatok számára, hiszen annak a fizetése alól mentesülnek. Így modellünkben a hazai árak inflációjára felírt újkeynesi Phillips-görbéjében nem szerepel fogyasztási adó. A modellben külön szerepeltettünk a tényleges infláció mellett egy bruttó ár alapú inflációt ($\pi_t^{Bruttó}$), amelyet a becslésnél és az előrejelzésnél használtunk fel:

$$1 + \pi_t^{Bruttó} = (1 + \pi_t) \frac{1 + \tau_t^c}{1 + \tau_{t-1}^c}$$

Monetáris hatáság:

A monetáris hatáság Taylor-elv szerinti monetáris politikát követ. Feltételezésünk szerint, a monetáris politika a kamatok szabályozása révén igyekszik megakadályozni az infláció emelkedését. Célfüggvényében a nettó (áfa-nélküli) infláció szerepel. Kisebb súllyal ugyan, de reagál arra is, ha a nominális árfolyam változik:

⁶ Függelékünkben csak a log-linearizált egyenletet közöljük.

$$\frac{1 + i_t}{1 + r} = \left(\frac{1 + i_{t-1}}{1 + r} \right)^{\zeta_i} \left((1 + \pi_t)^{\zeta_\pi} e_t^{\zeta_e} \right)^{1 - \zeta_i} (1 + \eta_t^i),$$

ahol ζ_i jelenti a korábbi kamatok súlyát az értékelésben, hiszen feltételeztünk egy kamatsimítást is, ζ_π jelenti a kamatdöntésben a döntést befolyásoló inflációs súlyt, illetve ζ_e jelenti a kamatdöntésben a nominális árfolyam (e_t) szerepét, r pedig a hosszútávú kamatláb. Amennyiben a monetáris hatás a szabálytól eltérően és sokszerűen akar kamatot emelni, akkor azt az η_t^i keresztül teheti meg.

Fiskális hatás:

Modellünkben a fiskális politikát passzív szereplőként ábrázoljuk. Tevékenységéhez nem köthető konkrét szerepkör, csupán a rendelkezésére álló adóbevételeiből (fogyasztási típusú adó, jövedelemadó, vállalatok által fizetett adó) és a deficitből költhet saját – exogén módon megadott – kiadásaira, valamint transzfereket juttathat az időben nem optimalizáló háztartások számára:

$$T_t + \tau_t^c c_t + \tau_t^l w_t l_t + \tau_t^s w_t l_t = P_t (1 + \eta_t^G) G + TR_t,$$

ahol G a hosszú távú kormányzati kiadások nagysága, η_t^G pedig a kormányzati kiadások nagyságát ért sokk.

Külföld:

Modellünkben a külföldet ad-hoc módon ábrázoljuk. Gazdaságunk exportcikkei (x_t) iránti kereslethez az alábbi függvényt tételezzük fel:

$$x_t = (1 + \eta_t^x) x^* (P_t^{x^*})^{-\theta^{x^*}},$$

ahol θ^{x^*} az export ár rugalmassága, x^* az export hosszútávú értéke, η_t^x az export keresletében bekövetkező exogén sokkok. Az importárak alakulását exogénnek tételeztük fel. A gazdaság szereplői eladósodhatnak külföld felé. A külföldről származó hitelek kamatát az határozza meg, hogy a finanszírozási igény (b_t) mennyivel tér el annak hosszútávú értékétől (b) (Schmitt-Grohé-Urbe):

$$\frac{1 + i_t^*}{1 + r} = e^{-\nu(b_t - b)} (1 + \eta_t^{pr}),$$

ahol i_t^* a külföldi kamatláb, ν a finanszírozási igény súlya a külföldi kamatlábnál, η_t^{pr} a külföldi kamatot ért prémiumsokk. Finanszírozási igény időbeli alakulását az adott időszakban lejárt adósság és a nettóexport összegeként definiáljuk:

$$b_t = (1 + i_{t-1}^*) b_{t-1} + \frac{P_t^{x^*} x_t}{GDP^{ss}} - \frac{P_t^{m^*} m_t}{GDP^{ss}},$$

ahol GDP^{ss} a hosszú távú GDP nagysága. Mivel a háztartások hazai és külföldi kötvényekben is eladósodhatnak, így az általános egyensúlyi modellben a hazai és külföldi kockázatmentes eszközök hozama közötti kapcsolatot is definiálni kell. Egyensúlyi és optimális megoldásban azt gondoljuk, hogy nincsen további arbitrálásra lehetőség a hazai és külföldi kötvények vagy hitelek között:

$$\frac{1 + i_t}{1 + i_t^*} = \frac{e_{t+1}}{e_t}$$

A reálárfolyamot (q_t) a nominális árfolyam és a hazai árak hányadosaként definiáltuk.

Egyensúlyi feltételek:

Az áruipiaci egyensúly, melyet megkaphatunk az egyes költségvetési korlátok aggregálásával:

$$y_t = c_t + I_t + (1 + \eta_t^G)G + DP_t^x x_t + \Psi(u_t(j))k_{t-1},$$

ahol c_t a két típusú fogyasztó aggregált fogyasztása, $\Psi(u_t(j))k_{t-1}$ a termelésben fel nem használt tőkének a nagysága, DP_t^x pedig az exportárak szórása. A fenti egyenlet a hazai vállalatok termelésére felírt egyensúlyi feltétel. A gazdaság teljes GDP-jének meghatározásához még korrigálni kell az exportból származó bevételekkel, valamint le kell vonni a hazai pénzben számolt import kiadásokat és az export termeléséhez felhasznált kiadásokat:

$$GDP_t = y_t + q_t P_t^{x*} x_t - q_t P_t^{m*} m_t - x_t$$

Állandósult állapot:

A modell hosszú távú értékeinek meghatározása elengedhetetlen az egyes szimulációkhoz. Az adatok alapján kiszámolhatóak a $\frac{G}{GDP}$, $\frac{C}{GDP}$, b , $\frac{TR}{GDP}$, $\frac{qm}{GDP}$ arányok. Ezekhez az arányokhoz kell meghatározni az egyes paramétereket és a modellben elvben exogén változókat is: a , α , G , TR , x^* . Hosszú távon a reálárakat egységnyinek gondoljuk. Hosszú távon a bruttó reálkamatláb megegyezik a szubjektív diszkontényező reciprokával, a tőke bérleti díja pedig a reálkamatok amortizációval korrigált értékével. Az export árakra felírt Phillips-görbe alapján meghatározható a reálárfolyam állandósult állapotbeli értéke ($q = \frac{\theta}{\theta-1}$), illetve a hazai árak változására felírt Phillips-görbe egyenletéből meghatározható a határkölség állandósult állapotbeli értéke ($mc = \frac{\theta-1}{\theta}$). Ismert a hazai pénzben számolt GDP arányos import, a reálárfolyam és a hosszú távú finanszírozási igény. A finanszírozási igény dinamikájából meghatározható GDP arányos export. Ha már meghatároztuk a reálárfolyam állandósult állapotbeli értékét, így könnyen meghatározhatjuk a GDP azonosság alapján a GDP arányos hazai termelést, valamint meghatározható a hazai termékpiacok egyensúlya alapján a beruházás GDP aránya. A GDP arányos beruházás értékéből visszaszámolható a tőke GDP arány állandósult állapotbeli értéke. A további számolásokhoz szükség lesz arra is, hogy a keresleti függvények alapján meghatározzuk a hazai termelés és munka, import és munka valamint tőke és munka arányokat.

A következő lépésben kiszámolhatjuk a kalibrált α nagyságát:

$$\alpha = \frac{\left(\frac{r^k}{mc}\right)^\theta}{\delta(1+f)\frac{y}{GDP}}$$

A következő lépésben már meghatározható a közbenső termék határkölsége a végtermék reál határkölsége alapján. Korábban számolt munka arányos import és munka arányos tőke hányadosa alapján meghatározható az α kalibrált értéke is:

$$a = 1 - \frac{\frac{qm}{GDP}}{\frac{\delta k}{GDP}} \frac{\alpha}{1-\alpha} \left(\frac{q}{w^z}\right)^{\alpha z} \left(\frac{w^z}{r^k}\right)^{\alpha} \frac{\delta}{q}$$

Ismerve már a kalibrált a értékét a közbenső termék határkölségének egyenlete alapján meghatározható az állandósult állapotbeli reálbér nagysága is.

Korábban már meghatároztuk a hazai termelés és munka arányokat, egy átalakítással megadható a GDP arányos munka is. A nem optimalizáló fogyasztó költségvetési korlátja alapján meghatározható a nem optimalizáló ágens GDP arányos fogyasztása:

$$\frac{c^{no}}{GDP} = \frac{1 - \tau^l}{1 + \tau^c} w \frac{l}{GDP} + \frac{TR}{GDP} \frac{1}{(1 - \bar{w})(1 + \tau^c)}$$

Mivel ismert az aggregált fogyasztás GDP arányos értéke, ezért könnyen megadhatjuk az optimalizáló háztartás GDP arányos fogyasztását is. A fenti arányokat felhasználva - és visszahelyettesítve a munkakínálati függvény állandósult állapotbeli egyenletébe - kifejezhető az állandósult állapotbeli GDP nagysága is:

$$GDP = \left\{ \frac{w}{\left(\frac{l}{GDP}\right)^\varphi} \frac{\theta^w - 1}{\theta^w} \frac{1 - \tau^l}{1 + \tau^c} (1 - h)^{-\sigma} \left(\bar{w} \left(\frac{c^o}{GDP}\right)^{-\sigma} + (1 - \bar{w}) \left(\frac{c^{no}}{GDP}\right)^{-\sigma} \right) \right\}^{\frac{1}{\varphi + \sigma}}$$

1. táblázat A DSGE modell főbb paramétereinek becült értékei

	Prior eloszlás*			Becsült poszterior				
	Típus	Átlag	Szórás	1. rezsím		2. rezsím		
				Átlag	90% intervallum	Átlag	90% intervallum	
Hasznossági függvény								
Intertemporális elaszticitás	σ	Normál	2,0	0,4	1,825	1,36-2,20	1,617	1,36-1,85
Fogyasztói megszokás	h	Beta	0,6	0,1	0,449	0,36-0,53	0,409	0,33-0,49
Árazási, bérezési paraméterek								
Bérindexálás	ϑ^w	Beta	0,5	0,15	0,462	0,28-0,66	0,173	0,06-0,27
Hazai termék árindexálás	ϑ^d	Beta	0,5	0,15	0,592	0,48-0,71	0,315	0,22-0,41
Export termék árindexálás	ϑ^x	Beta	0,5	0,15	0,498	0,36-0,61	0,327	0,22-0,44
Hazai termék Calvo paraméter	γ^d	Beta	0,5	0,15	0,768	0,74-0,80	0,864	0,85-0,88
Export termék Calvo paraméter	γ^x	Beta	0,5	0,15	0,404	0,32-0,49	0,563	0,51-0,62
Bér Calvo paraméter	γ^w	Beta	0,5	0,15	0,415	0,33-0,49	0,537	0,48-0,59
Egyéb paraméterek								
Export árrugalmasság	θ^{x*}	Beta	0,5	0,15	0,805	0,74-0,87	0,743	0,63-0,86
Inflációs tanulás	g	Beta	0,167	0,03	0,192	0,16-0,22	0,186	0,15-0,22
Kamatsimítás**	ζ_i	Beta	0,5	0,15	-	-	0,663	0,46-0,76
Infláció a monetáris reakciófv-ben**	ζ_π	Normál	1,5	0,16	-	-	1,634	1,43-1,80
Autoregresszív paraméterek								
Termelékenység	ρ_a	Beta	0,8	0,1	0,538	0,40-0,72	0,388	0,29-0,48
Export kereslet	ρ_x	Beta	0,8	0,1	0,849	0,77-0,93	0,702	0,61-0,80
Kamatprémium	ρ_{pr}	Beta	0,8	0,1	0,773	0,73-0,81	0,570	0,45-0,69
Kormányzati fogyasztás	ρ_g	Beta	0,8	0,1	0,748	0,59-0,89	0,757	0,66-0,87
Pénzügyi transzfer	ρ_{tr}	Beta	0,8	0,1	0,726	0,64-0,83	0,765	0,67-0,85
Preferencia	ρ_c	Beta	0,8	0,1	0,947	0,91-0,99	0,649	0,52-0,77
Bér-marzs	ρ_w	Beta	0,8	0,1	0,835	0,71-0,97	0,72	0,63-0,82
Beruházás	ρ_i	Beta	0,8	0,1	0,912	0,88-0,95	0,534	0,39-0,66
Fogyasztási adórátá	$\rho_{\tau c}$	Beta	0,8	0,1	0,833	0,74-0,94	0,732	0,59-0,88
Munkaadói adók	$\rho_{\tau s}$	Beta	0,8	0,1	0,929	0,88-0,97	0,98	0,96-0,999
Munkavállalói adók	$\rho_{\tau l}$	Beta	0,8	0,1	0,860	0,77-0,95	0,890	0,83-0,95

*A prior eloszlás az első rezsímrre vonatkozik, a második rezsímben a prior az első rezsímrre becült poszterior átlaggal egyenlő. Ez alól a monetáris politikai reakció függvény paramétereit jelentik a kivételt.

** A paraméter becslésére csak a második rezsímben került sor.